

# ĐỘNG LỰC HỌC NGƯỢC ROBOT DƯ DẪN ĐỘNG

Lương Bá Trường

Trường Đại học Thủy lợi, email: truonglb@tlu.edu.vn

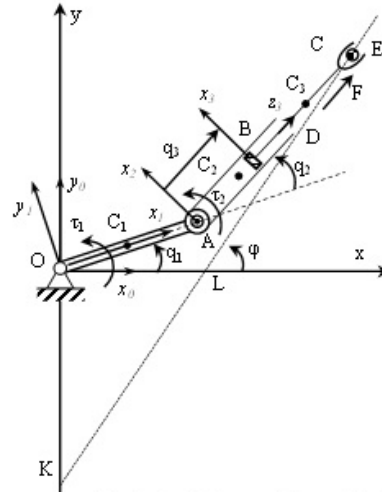
## 1. GIỚI THIỆU

Động lực học ngược robot là một bài toán quan trọng trong thiết kế robot nói riêng và ngành kỹ thuật robot nói chung. Động lực học ngược cho phép ta tìm được các lực/ momen dẫn động của các khâu dẫn từ quy luật chuyển động của khâu thao tác robot.

Đối với các robot hoạt động theo các quỹ đạo được thiết kế trước như robot hàn, robot lắp ráp, robot trung gian trong các dây chuyền sản xuất tự động..., để tăng tính linh hoạt của robot người ta thường thiết kế robot có nhiều khâu, việc này dẫn tới các tọa độ suy rộng của robot nhiều hơn các tọa độ biểu diễn vị trí và hướng của khâu thao tác trong không gian thao tác robot, đây là các robot dư dẫn động. Robot dư dẫn động sẽ có nhiều cấu hình thỏa mãn vị trí điểm thao tác, vì vậy về mặt toán học bài toán động học ngược sẽ cho ta nhiều giá trị nghiệm thỏa mãn. Để đảm bảo tính liên tục của robot trong báo cáo trình bày việc sử dụng khái niệm ma trận tựa nghịch đảo để tính toán bài toán động lực học ngược robot dư dẫn động.

Mô hình robot áp dụng trong báo cáo là robot phẳng ba bậc tự do như trên hình 1. Thanh OA đồng chất có chiều dài  $OA=l_1$ , khối lượng  $m_1$ , khối tâm tại  $C_1$ ,  $OC_1=c_1$ , chuyển động quay quanh trục cố định tại O, có momen quán tính đối với trục quay đi qua khối tâm là  $J_1$ . Xylanh AD có khối lượng  $m_2$ , khối tâm tại  $C_2$ ,  $AC_2=c_2$ ,  $l_0$  là khoảng cách ban đầu của piston so với đầu A của xylanh, chuyển động quay tương đối quanh trục quay đi qua A, momen quán tính đối với trục quay đi qua khối tâm là  $J_2$ . Piston BC có chiều dài  $BC = l_3$ , khối lượng  $m_3$ , khối tâm tại  $C_3$ ,  $DC_3 = c_3$ , chuyển động trượt tương đối trong

xylanh AD, momen quán tính đối với trục quay đi qua khối tâm là  $J_3$ . Điểm thao tác E có khối lượng  $m_E$ , đặt tại đầu C của piston BC, chuyển động đều trên đường thẳng KL, xuất phát từ K.



Hình 1. Robot phẳng 3DOF

Để giải bài toán động lực học ngược ta tiến hành qua ba bước sau:

Bước 1: Thiết lập phương trình vi phân mô tả chuyển động của robot.

Bước 2: Giải bài toán động học ngược.

Bước 3: Tính toán lực/momen dẫn động từ phương trình vi phân chuyển động.

## 2. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Phương pháp nghiên cứu lý thuyết. Tính toán sử dụng các thuật toán số và mô phỏng kết quả trên phần mềm tính toán mô phỏng số Matlab.

a. Thiết lập phương trình chuyển động

Chọn các tọa độ suy rộng của robot như sau:

$$\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T \in R^3 \quad (1)$$

Sử dụng phương trình Lagrange loại II ta thiết lập được phương trình chuyển động có dạng:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (2)$$

Trong đó:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} m_{11} &= J_1 + J_2 + J_3 + m_1 c_1^2 + m_2 [l_1^2 + c_2^2 + 2l_1 c_2 \cos q_2] \\ &+ m_3 [l_1^2 + c_3^2 + (l_0 + q_3)^2 + 2c_3(l_0 + q_3) + 2l_1(c_3 + l_0 + q_3) \cos q_2] \\ &+ m_E [l_1^2 + l_3^2 + (l_0 + q_3)^2 + 2l_3(l_0 + q_3) + 2l_1(l_3 + l_0 + q_3) \cos q_2] \\ m_{12} &= m_{21} = J_2 + J_3 + m_2 [c_2^2 + l_1 c_2 \cos q_2] \\ &+ m_3 [(l_0 + q_3)^2 + 2c_3(l_0 + q_3) + c_3^2 + l_1(c_3 + l_0 + q_3) \cos q_2] \\ &+ m_E [(l_0 + q_3)^2 + 2l_3(l_0 + q_3) + l_3^2 + l_1(l_3 + l_0 + q_3) \cos q_2] \\ m_{13} &= m_{31} = l_1(m_3 + m_E) \sin q_2 \\ m_{22} &= J_2 + J_3 + m_2 c_2^2 + m_3 [c_3^2 + 2c_3(l_0 + q_3) + (l_0 + q_3)^2] \\ &+ m_E [l_3^2 + 2l_3(l_0 + q_3) + (l_0 + q_3)^2] \\ m_{23} &= m_{32} = 0; \quad m_{33} = m_3 + m_E \\ \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ F \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} c_{11} &= 2[(m_3 + m_E)(l_1 \cos q_2 + l_0 + q_3) + c_3 m_3 + l_3 m_E] \dot{q}_3 \\ &- 2l_1 \sin q_2 [(l_0 + q_3)(m_3 + m_E) + c_2 m_2 + c_3 m_3 + l_3 m_E] \dot{q}_2 \\ c_{12} &= [2m_3(c_3 + l_0 + q_3) + 2m_E(l_3 + l_0 + q_3) + (m_3 + m_E)l_1 \cos q_2] \dot{q}_3 \\ &- l_1 \sin q_2 [c_2 m_2 + c_3 m_3 + l_3 m_E + (m_3 + m_E)(l_0 + q_3)] \dot{q}_2 \\ c_{13} &= l_1 \cos q_2 (m_3 + m_E) \dot{q}_2 \\ c_{21} &= l_1 \sin q_2 [c_2 m_2 + c_3 m_3 + l_3 m_E + (m_3 + m_E)(l_0 + q_3)] \dot{q}_1 \\ &- \frac{1}{2} l_1 \sin q_2 [c_2 m_2 + c_3 m_3 + l_3 m_E + (m_3 + m_E)(l_0 + q_3)] \dot{q}_2 \\ &+ \left\{ 2[c_3 m_3 + l_3 m_E + (m_3 + m_E)(l_0 + q_3)] + \frac{1}{2} l_1 \cos q_2 (m_3 + m_E) \right\} \dot{q}_3 \\ c_{22} &= \frac{1}{2} l_1 \sin q_2 [c_2 m_2 + c_3 m_3 + l_3 m_E + (m_3 + m_E)(l_0 + q_3)] \dot{q}_1 \\ &+ 2[c_3 m_3 + l_3 m_E + (m_3 + m_E)(l_0 + q_3)] \dot{q}_3 \\ c_{31} &= -[l_1 \cos q_2 (m_3 + m_E) + c_3 m_3 + l_3 m_E + (m_3 + m_E)(l_0 + q_3)] \dot{q}_1 \\ &+ \left[ \frac{1}{2} l_1 \cos q_2 (m_3 + m_E) - c_3 m_3 - l_3 m_E - (m_3 + m_E)(l_0 + q_3) \right] \dot{q}_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_{23} &= -\frac{1}{2} l_1 \cos q_2 (m_3 + m_E) \dot{q}_1 \\ c_{32} &= -\left[ \frac{1}{2} l_1 \cos q_2 (m_3 + m_E) + c_3 m_3 + l_3 m_E + (m_3 + m_E)(l_0 + q_3) \right] \dot{q}_1 \\ &- [c_3 m_3 + l_3 m_E + (m_3 + m_E)(l_0 + q_3)] \dot{q}_2; \quad c_{33} = 0 \\ g_1 &= [m_1 c_1 + (m_2 + m_3 + m_E)l_1] g \cos q_1 \\ &+ [m_2 c_2 + m_3 c_3 + m_E l_3 + (m_3 + m_E)(l_0 + q_3)] g \cos(q_1 + q_2) \\ g_2 &= [m_2 c_2 + m_3 c_3 + m_E l_3 + (m_3 + m_E)(l_0 + q_3)] g \cos(q_1 + q_2) \\ g_3 &= (m_3 + m_E) g \sin(q_1 + q_2) \end{aligned}$$

b. Giải bài toán động học ngược

Động học ngược robot trong không gian thao tác là bài toán tìm các đại lượng tọa độ suy rộng, vận tốc và gia tốc suy rộng của robot từ quy luật chuyển động của điểm thao tác robot trên quỹ đạo. Xuất phát từ phương trình:

$$\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{q}) \quad (5)$$

Trong đó:

$$\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3]^T \in R^3; \quad \mathbf{x} = [x_E, y_E]^T \in R^2$$

Đối với robot như trên (hình 1).

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} l_1 \cos q_1 + (l_3 + l_0 + q_3) \cos(q_1 + q_2) \\ l_1 \sin q_1 + (l_3 + l_0 + q_3) \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Đạo hàm phương trình (5) theo thời gian ta được công thức xác định vận tốc suy rộng và gia tốc suy rộng:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{J}^+(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{x}}(t) \quad (7)$$

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{J}^+(\mathbf{q}) [\ddot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}) \mathbf{J}^+(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{x}}(t)] \quad (8)$$

Trong đó:  $\mathbf{J}^+(\mathbf{q}) = \mathbf{J}^T(\mathbf{q}) [\mathbf{J}(\mathbf{q}) \mathbf{J}^T(\mathbf{q})]^{-1}$  là ma trận tựa nghịch đảo của ma trận  $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ .

Để tìm các tọa độ suy rộng ta áp dụng khai triển Taylor hàm vector  $\mathbf{q}(t)$  tại lân cận giá trị  $t = t_k$  và bỏ đi các vô cùng bé bậc lớn hơn hoặc bằng hai ta được:

$$\mathbf{q}(t_{k+1}) \approx \mathbf{q}(t_k) + \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q}(t_k)) \dot{\mathbf{x}}(t_k) \Delta t \quad (9)$$

Việc tính  $\mathbf{q}(t_{k+1})$  theo công thức (9) cho ta giá trị rất thô, trong báo cáo có sử dụng thuật toán hiệu chỉnh gia lượng vector tọa độ suy rộng được trình bày kỹ trong tài liệu [2].

### 3. KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU

Kết quả của báo cáo được mô phỏng số bằng phần mềm Matlab với bộ số liệu sau:

$$l_1 = 0.3[m]; l_0 = 0.3[m]; l_3 = 0.5[m]; l_4 = l_5 = 1.5[m]$$

$$c_1 = 0.15[m]; c_2 = 0.4[m]; c_3 = 0.25[m] \quad m_1 = 5[kg]$$

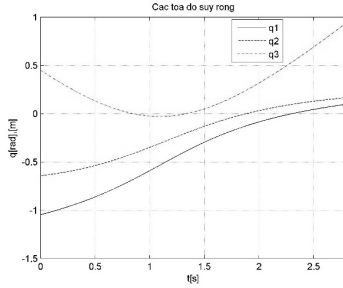
$$m_2 = 3[kg]; m_2 = 2[kg]; m_z = 1[kg]; J_1 = 0.0375[kg.m^2]$$

$$J_2 = 0.03[kg.m^2]; J_3 = 0.0417[kg.m^2]; v_0 = 1\left[\frac{m}{s}\right]; g = 9.81\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$m_i$  - Khối lượng;  $c_i$  - Vị trí khối tâm;  
 $J_i$  - Momen quán tính khối;  $v_0$  - Vận tốc diềm thao tác E.

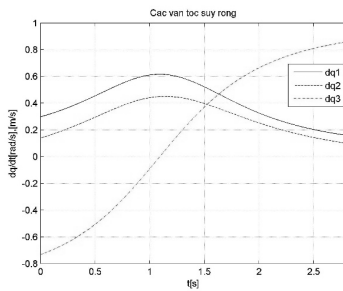
Ta thu được một số kết quả sau:

Trên hình 2 là đồ thị các tọa độ suy rộng



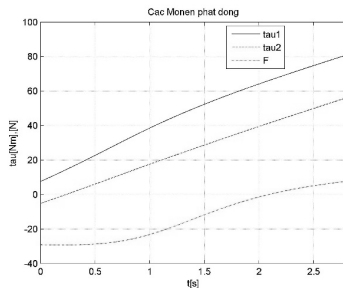
**Hình 2.** Các tọa độ suy rộng

Trên hình 3 là đồ thị các vận tốc suy rộng



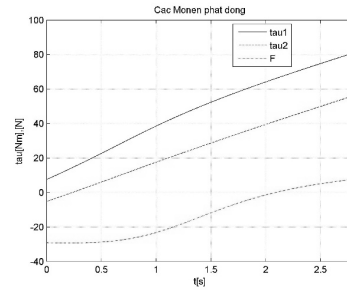
**Hình 3.** Các vận tốc suy rộng

Trên hình 4 là đồ thị các gia tốc suy rộng



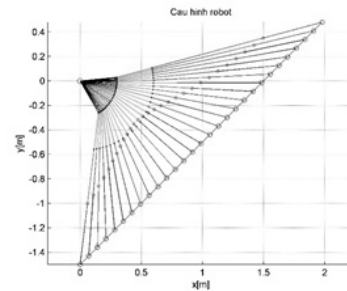
**Hình 4.** Các gia tốc suy rộng

Trên hình 5 là các lực/momen phát động



**Hình 5.** Các lực/momen phát động

Trên hình 6 là cấu hình của robot



**Hình 6.** Cấu hình robot

#### 4. KẾT LUẬN

Đối với robot dư dẫn động, ta thường có nhiều cấu hình thỏa mãn quỹ đạo thiết kế, trong quá trình tìm nghiệm bằng phương pháp số có thể sẽ bị nhầm lẫn nghiệm giữa các cấu hình này. Sử dụng ma trận tựa nghịch đảo giúp ta tìm được nghiệm trong bài toán ngược phù hợp với cấu hình được chọn của robot. Qua đó giúp xác định được các lực/ momen dẫn động theo quy luật chuyển động của khâu thao tác robot đã được thiết kế.

#### 5. TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Nguyễn Văn Khang: *Động lực học hệ nhiều vật* (in lần thứ hai). NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội 2017.
- [2] Nguyễn Văn Khang, Chu Anh Mỹ: "*Cơ sở robot công nghiệp*", NXB Giáo dục Việt Nam, 2011.
- [3] Steven C. Chapar, Raymond P. Canale: "*Numerical Methods for Engineers*", Hardcover-Import, 2010.

